



PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

Elija una de las dos opciones propuestas, A o B. En cada pregunta se señala la puntuación máxima.

OPCIÓN A

1. (3 puntos) Sea " m " una constante real. Determine para qué valores de " m " el sistema es compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible:

$$\begin{aligned}5x + 4y + 2z &= 0 \\2x + 3y + z &= 0 \\4x - y + m^2z &= m - 1\end{aligned}$$

2. (2 puntos)

- a) (1,5 puntos) Estudie la posición relativa de los planos:

$$\pi : x - 2y + z = 1 \quad \pi' : \begin{cases} x = 2\lambda + \mu \\ y = \lambda + \mathbf{k}\mu \\ z = 1 - \mu \end{cases}$$

según los diferentes valores de la constante real \mathbf{k} .

- b) (0,5 puntos) Determine el ángulo que forman esos planos cuando $\mathbf{k} = 3$.

3. (4 puntos) Considere la función:

$$f(x) = \frac{x^2}{(1+x)}$$

- a) (0,5 puntos) Determine el dominio de la función.

- b) (1,5 puntos) Determine, si existen, sus asíntotas.

- c) (2 puntos) Determine los intervalos de crecimiento y los de decrecimiento de la función $f(x)$ así como sus máximos y mínimos relativos, si existen.

4. (1 punto) Se dispone de dos cajas con bolas blancas y negras. La caja A contiene 6 bolas blancas y 3 negras; y la caja B contiene 4 bolas blancas y 5 negras. Se lanza un dado y si sale par se sacan dos bolas de la caja A , una tras otra, sin reponer ninguna. Por su parte, si sale impar al lanzar el dado se sacan dos bolas de la caja B , también una tras otra, sin reponer ninguna.

¿Cuál es la probabilidad de extraer exactamente dos bolas blancas?

OPCIÓN B

1. (3 puntos) Sea k una constante real y considere la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & k & 3k + 2 \\ 1 & 0 & -k \end{pmatrix}$$

a) (1 punto) Estudie la existencia de inversa de la matriz A según los diferentes valores de k .

b) (1 punto) Si $k = 2$, calcule la inversa de A , si existe.

c) (1 punto) Determine el rango de la matriz A según los diferentes valores de k .

2. (2 puntos)

a) (1,5 puntos) Determine, **como intersección de dos planos**, la ecuación de la recta que es paralela a la recta:

$$r : \begin{cases} 2x - 3y + z = 4 \\ y + z = 0 \end{cases}$$

y pasa por el punto $P: (2, 1, -1)$.

b) (0,5 puntos) Determine el ángulo que forman los dos planos siguientes:

$$\pi : 2x - 3y + z = 4$$

$$\pi' : y + z = 0$$

3. (4 puntos)

a) (1 punto) Determine los valores de "a" y "b" para que la función que aparece a continuación sea continua:

$$f(x) = \begin{cases} 1/e^x & \text{si } x \leq 0 \\ a \cos(x) + b & \text{si } 0 < x \leq \pi \\ \text{sen}(x) - ax & \text{si } \pi < x \end{cases}$$

b) (1,5 puntos) Calcule la integral:

$$\int x^2 (\ln x)^2 dx$$

c) (1,5 puntos) Determine el siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow 1} (e^{(x-1)} - 1)^{(x-1)}$$

4. (1 punto) En una clase de bachillerato, el 60% de los alumnos aprueban matemáticas, el 50% aprueban inglés y el 30% aprueban las dos asignaturas. Calcule la probabilidad de que un alumno elegido al azar:

a) (0,5 puntos) Apruebe alguna de las dos asignaturas (una o las dos).

b) (0,5 puntos) Apruebe Matemáticas sabiendo que ha aprobado inglés.

Como norma general, se deben valorar positivamente la exposición lógica, ordenada y coherente de las respuestas. De hecho, de acuerdo con las normas generales, los correctores podrán bonificar con un máximo de un punto estos aspectos.

Si en el desarrollo de un problema se detecta un error numérico, que no sea manifiestamente inconsistente con la cuestión, y el desarrollo posterior es coherente con dicho error, no se debe dar especial relevancia al error, siempre y cuando el problema no haya quedado reducido a uno trivial o el resultado sea manifiestamente inconsistente con el problema a resolver.

OPCIÓN A

A. 1. (3 puntos) La calificación debe tener en cuenta si se analizan todos los casos posibles y los razonamientos empleados para la clasificación del sistema.

A. 2. (2 puntos)

a) (1,5 puntos) La calificación máxima se otorgará si se analizan todos los casos posibles y se identifican correctamente las posiciones de los planos. Si para algún caso de valor de "m" se dice que los planos son paralelos o coincidentes pero no se precisa qué opción de esas dos es la correcta, podrá disminuirse la calificación en 0,5 puntos.

b) (0,5 puntos) En este caso, dado que se trata de un ángulo de 90° , si se identifica el ángulo se otorgarán los 0,5 puntos y si solo se proporciona alguna de sus razones trigonométricas se calificará con 0,4 puntos.

A. 3. (4 puntos)

a) (0,5 puntos) Dominio

b) (1,5 puntos) La calificación máxima requiere que se estudien los tres tipos de asíntotas posibles, incluso para decir que no existen. Si no se estudian todas, el estudio de cada tipo de asíntota se calificará con 0,5 puntos.

c) (2 puntos) Determinación de intervalos de crecimiento y de decrecimiento: 1 punto. Si bien la determinación de ambos intervalos se realiza de manera simultánea, si en algún caso solo se determinase uno de los dos tipos de intervalos (crecimiento o decrecimiento) se valorará cada tipo con la mitad de la puntuación total.

Determinación de máximos y mínimos relativos: 1 punto (0,5 puntos de identificación del máximo y 0,5 puntos la del mínimo). Asimismo, la determinación de los máximos y mínimos relativos puede hacerse por cualquier método, a través de los intervalos de crecimiento y decrecimiento o mediante las derivadas.

A. 4. (1 punto) De manera genérica, puede pensarse que, debido a las modificaciones en el temario, el cálculo de las probabilidades representa una novedad cualitativa importante para los estudiantes. No obstante, la cuestión es lo suficientemente sencilla como para que no suponga una especial dificultad.

Cualquier estrategia usada para determinar la probabilidad es igualmente válida.

Si el estudiante identificase correctamente la cuestión a responder, por ejemplo a través del teorema de la probabilidad total, pero no sabe determinar las probabilidades que aparecen, la puntuación máxima será de 0,4 puntos.

OPCIÓN B

B. 1. (3 puntos)

- a) (1 punto) La determinación de los valores k puede hacerse a través de cualquier método.
- b) (1 punto) La determinación de la matriz inversa puede hacerse por cualquier método. Si se realiza usando Gauss-Jordan el proceso es más largo que si se hace mediante determinantes y los errores numéricos pueden ser más frecuentes. En ese caso deberá valorarse más el proceso que los cálculos, siempre que los cálculos tengan sentido.
(1 punto) La puntuación máxima se otorgará si se analizan todos los casos posibles.

B. 2. (2 puntos)

- a) (1,5 puntos) Si la ecuación de la recta no se proporciona como intersección de dos planos se calificará con un máximo de 1 punto.
- b) (0,5 puntos) Se considera igualmente válido proporcionar el ángulo o cualquiera de sus razones trigonométricas.

B. 3. (4 puntos)

- a) (1 punto) Determinación de cada una de las dos constantes: 0,5 puntos.
- b) (1,5 puntos) Los pasos en el cálculo de la integral deben estar claros y la calificación debe tenerlo en cuenta. Si no se escribe la constante de integración, la puntuación máxima será de 1,2 puntos.
- c) (1,5 puntos) Los pasos en el cálculo del límite deben estar claros y la calificación debe tenerlo en cuenta.

B. 4. (1 punto) De manera genérica, puede pensarse que, debido a las modificaciones en el temario, el cálculo de las probabilidades representa una novedad cualitativa importante para los estudiantes. No obstante, las cuestiones son lo suficientemente sencillas como para que no suponga una especial dificultad.

- a) (0,5 puntos) Cualquier estrategia usada para determinar la probabilidad es igualmente válida.
Si el estudiante plantea el problema correctamente, por ejemplo, identificando la probabilidad pedida como la probabilidad de una unión e identifica los sucesos que aparecen en ellas, pero no determina la probabilidad la calificación máxima será de 0,2 puntos.
- b) (0,5 puntos) Cualquier estrategia usada para determinar la probabilidad es igualmente válida.
Si el estudiante plantea el problema correctamente, por ejemplo, identificando que se trata de una probabilidad condicional e identifica los sucesos que aparecen, pero no determina la probabilidad la calificación máxima será de 0,2 puntos.